

Скопа О.О., к.т.н., доц., Міжнародний гуманітарний унів-т (м. Одеса)

Головань В.Г., к.т.н. проф., Міжнародний гуманітарний унів-т (м. Одеса)

ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ СИСТЕМ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ З ПОСЛІДОВНИМ З'ЄДНАННЯМ ОБ'ЄКТІВ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЇХ БІНОМІАЛЬНИХ ВИПРОБУВАНЬ З ЗУПИНКОЮ

Скопа О.О., Головань В.Г. Оцінка надійності резервованих систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів за результатами їх біноміальних випробувань з зупинкою. Розглядається методика оцінки надійності резервованих систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням окремих об'єктів. Приводиться формула для визначення γ - нижньої границі для добутку невідомих ймовірностей успішного функціонування i -го об'єкта.

Скопа А.А., Головань В.Г. Оценка надежности резервируемых систем телекоммуникаций с последовательным соединением объектов за результатами их биномиальных испытаний с остановкой. Рассматривается методика оценки надежности резервированных систем телекоммуникаций с последовательным соединением отдельных объектов. Приводится формула для определения γ -нижней границы для произведения неизвестных вероятностей успешного функционирования i -го объекта.

Skopa A.A., Holovan V.G. Reliability evaluation of redundant telecommunication systems with series connection of objects under the results of their binomial tests with stops. The procedure for the reliability evaluation of redundant telecommunication systems with series connection of individual objects is considered. Formula for determination of γ -lower border for the product of unknown probabilities of the successful functioning of i -th object is given.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. До необхідності оцінки надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням їх окремих об'єктів приводять випадки сугубо практичного характеру. З огляду на те, що необхідність у включенні резервного устаткування такої системи є випадковою величиною, то проведення планових перевірок апаратури повинне забирати мінімальний час. Його скорочення можливе за рахунок прискореного проведення випробувань в перевантаженому режимі, за рахунок структурної надмірності або за рахунок запасу по ресурсу [1-4]. Вид випробувань обирається з врахуванням конкретних задач та в залежності від способу побудови системи, яка підлягає випробуванню. Таким чином, з метою вибору найбільш ефективного виду випробувань, необхідно вирішення всіх наукових та практичних задач, які стосуються оцінки надійності резервних систем телекомунікацій і, в тому числі, з послідовним з'єднанням об'єктів.

Метою статті є отримання оцінки надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів, що, одночасно, є **раніше невирішеною частиною загальної проблеми**. Отримання такої оцінки дозволяє передбачити оптимальну кількість резервного обладнання, необхідність в зміні структури та організації обслуговування системи та інші технічні та виробничі параметри.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми, виділення невирішених раніше загальної проблеми. Методики проведення вище

зазначених випробувань, технічні і математичні проблеми обробки результатів досить докладно розглянуті в технічній літературі. Однак, слід зазначити, що методики передбачають припинення функціонування об'єкта в складі технічної системи при проведенні випробувань і повернення в неї після їх закінчення. Така процедура випробувань повністю відповідає проблемі, що винесена в заголовок статті. Цією проблемою займалося достатньо широке коло вчених – Р.А. Мирний, І.В. Павлов, Л.Н. Большев та інші. Окремі результати щодо оцінки надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів за результатами їх біноміальних іспитів з зупинкою опубліковані автором самостійно або в співавторстві в [1-7]. Однак, у публікаціях, які доступні для широкого кола науковців, оцінка надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів за результатами їх біноміальних іспитів з зупинкою не розглядалася.

В зв'язку з зазначеним **раніше не вирішеною частиною загальної проблеми** є задача, яка дозволяє оцінити обсяг робіт, які необхідно виконати при планових чи інших іспитах резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів в процесі визначення їх надійності, передбачити необхідну кількість резервного обладнання, структуру організації системи та інші технічні та виробничі параметри.

Постановкою завдання для послідовного вирішення є задача знаходження оцінки надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів, на основі аналізу результатів їх біноміальних іспитів з зупинкою.

Перейдемо до викладу **основного матеріалу** з математичним обґрунтуванням отриманих результатів.

Приймемо за основу систему, що зображена на рис.1.

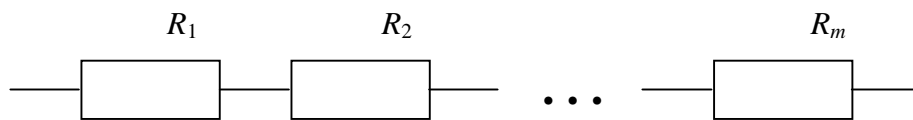


Рис.1.

Позначимо через A_i і C події, що складаються в успішному функціонуванні i -го об'єкта цієї системи в цілому в одному контрольному випробуванні. При цьому номер випробування враховувати не будемо, так як передбачається, що кожний з об'єктів випробувався окремо від системи по біноміальній схемі з зупинкою (рис.2), для якої ймовірність $R_i = P(A_i)$ успішного функціонування i -го об'єкта вважається однаковою в кожному з випробувань.

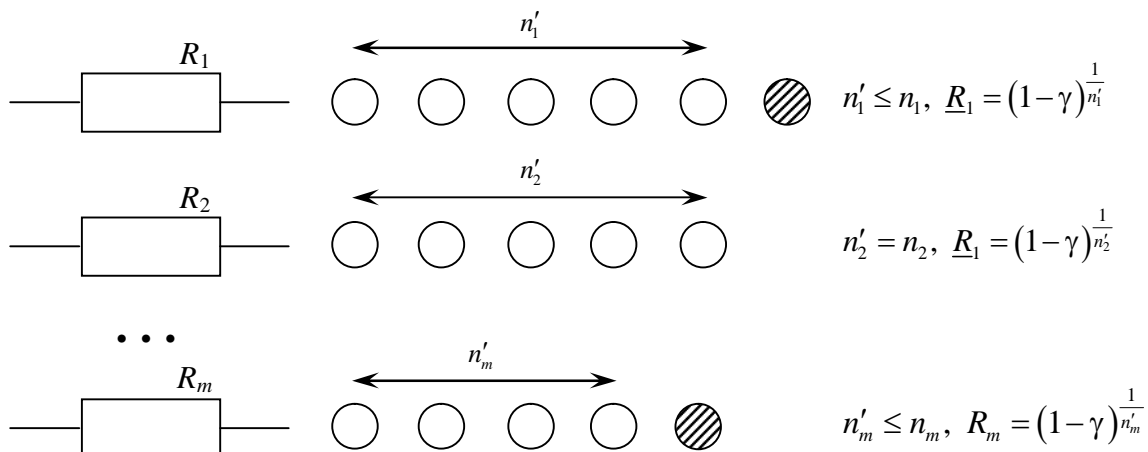


Рис.2.

Події A_i при $i = \overline{1, m}$ будемо вважати незалежними. У такому випадку добуток $\pi = R_1 R_2 \dots R_m$ ймовірностей R_i являє собою ймовірність $\pi = P(C)$ того, що система в цілому функціонує успішно в її одному контрольному випробуванні. Ймовірність $\pi = R_1 R_2 \dots R_m$ перепишемо в загально прийнятій формі:

$$\pi = R_1 R_2 \dots R_m = \prod_{i=1}^m R_i, \quad (1)$$

Такий запис ймовірності π в літературі називають *показником надійності системи з послідовним з'єднанням об'єктів*.

Відповідно до припущення, кожний з m об'єктів системи телекомунікацій, випробується по біноміальному плану з зупинкою (рис.2). Результатом контрольних випробувань i -го об'єкта є величина n'_i , що дорівнює встановленому обсягу n_i випробувань i -го об'єкта, якщо всі випробування безвідмовні ($r_i = 0$), а в протилежному випадку – числу випробувань до виникнення першого відмовлення. Ще раз наголосимо, що n_i – фіксоване число, а n'_i – випадкова величина. З формули $\underline{R}_i = (1 - \gamma)^{\frac{1}{n'_i}}$ по n'_i може бути знайдена γ -нижня границя \underline{R}_i [1] для ймовірності успішного функціонування i -го об'єкта системи телекомунікацій. При цьому, як встановлено раніше, гарантується, що невідома ймовірність R_i , як правило, вища, ніж \underline{R}_i , а точніше

$$P(\underline{R}_i \leq R_i) = P\left((1 - \gamma)^{\frac{1}{n'_i}} \leq R_i\right) \geq \gamma. \quad (2)$$

Розглянемо наступну задачу: знаючи значення γ -нижніх границь \underline{R}_i , де $i = \overline{1, m}$, визначаємих за результатами n'_i автономних контрольних випробувань для кожного з m об'єктів системи телекомунікацій, потрібно знайти γ -нижню границю $\underline{\pi}$ для показника надійності π системи в цілому таку, що, як правило, $\underline{\pi} \leq \pi$, а точніше таку, що

$$P(\underline{\pi} \leq \pi) \geq \gamma. \quad (3)$$

Найкраще рішення цієї задачі, яке вже не поліпшується, для випадку, коли кожний з об'єктів послідовної системи телекомунікацій випробується по біноміальній схемі з зупинкою дає наступна теорема:

Теорема. Нехай величини n'_i при $i = \overline{1, m}$ – незалежні. Тоді менша з m величин (2), а саме – статистика

$$\underline{\pi} = (1 - \gamma)^{\frac{1}{n'}} = \underline{R}_i \quad (4)$$

де $n' = \min_{1 \leq i \leq m} n'_i$ – менша з m величин n'_i , $i = \overline{1, m}$, є γ -нижньою границею для добутку

$\pi = \prod_{i=1}^m R_i$ невідомих ймовірностей R_i у тім значенні, що вона задовольняє нерівності (3).

Доказ. Знайдемо спочатку функцію F розподілу випадкової величини n' . Позначимо: (а) \leftrightarrow (b) – еквівалентність (а) і (b), тобто подія (а) відбувається тоді і тільки тоді, коли відбувається подія (b). При цьому справедливе і зворотнє твердження: подія (b) відбувається тоді і тільки тоді, коли відбувається подія (а). Тоді, так як $n' \geq x \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^m (n'_i \geq x)$, то в силу незалежності величини n'_i при $i = \overline{1, m}$, дістаємо, що $P(n' \geq x) = \prod_{i=1}^m P(n'_i \geq x) = \prod_{i=1}^m (1 - P(n'_i < x))$, або ж $P(n' \geq x) = 1 - P(n' < x) = 1 - F(x-0) = \prod_{i=1}^m (1 - F_i(x-0))$, де $F_i(x-0) = P(n'_i < x)$. Звідси, на основі співвідношення (1), дістаємо, що $1 - F(x-0) = \prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{1 - R_i^{[x]}}{1 - R_i^{n_i+1}}\right)$, або ж $F(x-0) = P(n' < x) = 1 - \prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{1 - R_i^{[x]}}{1 - R_i^{n_i+1}}\right)$. Так як

$$P(n' \geq x) = \prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{1 - R_i^{[x]}}{1 - R_i^{n_i+1}}\right) < \prod_{i=1}^m (1 - (1 - R_i^{[x]})) = \pi^{[x]}, \quad (5)$$

то з нерівності Большева [8] випливає, що $\gamma \leq P(F(n'-0) \leq \gamma) = P(1 - F(n'-0) \geq 1 - \gamma) = P\left(\prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{1 - R_i^{n'_i}}{1 - R_i^{n_i+1}}\right) \geq 1 - \gamma\right) \leq P(\pi^{n'} \geq 1 - \gamma) = P\left(\pi \geq (1 - \gamma)^{\frac{1}{n'}}\right)$ або ж $P\left((1 - \gamma)^{\frac{1}{n'}} \leq \pi\right) \geq \gamma$, що доводить теорему 1.

Результат (3) є найкращим у наступному сенсі: статистика $\underline{\pi} = \underline{\pi}(\eta)$ для π , що при обраному плані контрольних випробувань задовольняє нерівності (3) і залежна від деякої величини η (у нашому випадку $\eta = n'$), є для цього плану контрольних випробувань і обраного η найкращою по Павлову [8], якщо $\eta = \min_{1 \leq i \leq m} \eta_i$, $R_i \leq R_i(\eta_i)$, $P(R_i \leq R_i) \geq \gamma$ і $\underline{\pi} = \min_{1 \leq i \leq m} R_i$.

Цікаво відзначити, що ймовірності R_i у формулі (1) для π перемножуються, а серед γ -нижніх границь \underline{R}_i у формулі (4) для $\underline{\pi}$ виділяється лише менша з них.

Нехай при $m \rightarrow \infty$ ймовірності R_i в (1) фіксовані і не прагнуть до одиниці. Тоді $\pi \rightarrow \infty$ і в силу (5) у цьому випадку $\forall x > 0: \lim_{m \rightarrow \infty} P(n' \geq x) \leq \lim_{m \rightarrow \infty} \pi^{[x]} = 0$ чи ж $\forall x > 0: \lim_{m \rightarrow \infty} P(n' < x) = 1$. Це означає, що є межа $\lim_{m \rightarrow \infty} n' = \lim_{m \rightarrow \infty} \min_{1 \leq i \leq m} n_i = 0$, якщо $\lim_{m \rightarrow \infty} \pi = 0$.

Таким чином, у випадку, коли $m \rightarrow \infty$, а числа $R_i = \text{const}$, з ймовірністю, що практично дорівнює одиниці, статистика $\underline{\pi}$ з (4) прагне до нуля при числі об'єктів $m \rightarrow \infty$. Однак, якщо при $m \rightarrow \infty$ одночасно підвищується і надійність системи телекомунікацій, причому $R_i \rightarrow \infty$, то ситуація змінюється в тім сенсі, що γ -нижня границя з (4) не зобов'язана необмежено зменшуватися з ростом m .

Висновки. В якості висновків відзначимо основні особливості формули (4) при обмеженому числі m об'єктів системи телекомунікацій:

1. У випадку контрольних випробувань об'єктів системи телекомунікацій по біноміальній схемі з зупинками результат (4) поки є єдиним і найкращим в зазначеній схемі.

2. Статистика $\underline{\pi}$ з (4) може бути використана і тоді, коли контрольні випробування кожного з об'єктів проводяться по біноміальній схемі Бернуллі. У цьому випадку також

гарантується виконання нерівності (3). Однак інформація відносно результатів контрольних випробувань з номерами $n'_i + 1, n'_i + 2, \dots, n_i$ у формулі (4) не враховується, що приводить до необхідності розгляду й інших рішень, які використовують замість $\eta = n'$ і інші статистики η , функція розподілу яких чи оцінка для неї містить параметр π і монотонно залежить від нього.

3. При безвідмовних випробуваннях всіх об'єктів $(n'_i = n_i, i = \overline{1, m})$ з (4) випливає часткове значення:

$$\underline{\pi} = \underline{\pi}_0 = (1 - \gamma)^{\frac{1}{n}} \quad (6)$$

де $n = \min_{1 \leq i \leq m} n_i$ – менший з обсягів n_i контрольних випробувань. Формула, аналогічна (6), в [4] для випадку контрольних випробувань об'єктів по біноміальній схемі Бернуллі, розцінена як несподіваний і парадоксальний результат. Однак, проведений аналіз граничної ситуації, зокрема при $m \rightarrow \infty$, усуває видиму парадоксальність. Дійсно, в силу викладеного, рівність $n'_i = n_i$ при $m \rightarrow \infty$ може реалізовуватися лише у випадку, коли $R_i \rightarrow 1$ при $m \rightarrow \infty$.

4. Формула (4) має простий аналітичний вигляд, що є великою рідкістю в задачах такого типу, які часто потребують складних обчислень на ЕОМ.

Зважаючи на п.4 висновків, *перспективною проблемою для подальшого дослідження* є знаходження ефективних алгоритмів обчислення на ЕОМ оцінки надійності резервних систем телекомунікацій з послідовним з'єднанням об'єктів за результатами їх біноміальних іспитів з зупинкою.

Список літератури

1. Скопа О.О. Інтервальне оцінювання надійності Т-систем з паралельним з'єднанням елементів за результатами їх біноміальних іспитів // Наукові праці ОНАЗ: Період. наук. збір. з радіотехніки і телекомунікацій, електроніки та економіки в галузі зв'язку. – Одеса, 2002. – №1. – С.65–71.
2. Казакова Н.Ф., Мухін О.М., Скопа О.О. Скорочення обсягу випробувань систем телекомунікацій на надійність за рахунок їх структурної надмірності // 1-й Міжнарод. радіоелектрон. форум «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития»: 8–10 октября 2002 г.: Сб. научн. трудов. – Харьков: ХНУРЕ. – 2002. – С.358–360.
3. Панфилов И.П., Скопа А.А. Надежность работы линии связи, состоящей из основного и резервного каналов // Радиотехника: Всеукр. межведомств. научн.-техн. сб. – Харьков. – 2002. – Вып. 128. – С.91–96.
4. Скопа О.О., Казакова Н.Ф., Мурін О.С. Вплив функціональної надмірності резервованих систем телекомунікацій на скорочення обсягів їх випробувань на надійність // Наук. праці ДонНТУ. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. Випуск 58. – Донецьк: РВА ДонНТУ, 2003. – С.115–121.
5. Скопа О.О. Обслуговування резервних систем зв'язку // Наук. праці ДонДТУ. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. Випуск 38. – Донецьк: РВА ДонДТУ, 2002. – С.89–91.
6. Скопа О.О. Оптимізація експлуатації резервних систем телекомунікацій // Праці УНДІРТ. – Одеса, 2002. – №1(29). – С.91–93.
7. Скопа О.О. Інтервальне оцінювання надійності Т-систем з паралельним з'єднанням елементів за результатами їх біноміальних іспитів // Наукові праці ОНАЗ: Період. наук. збір. з радіотехніки і телекомунікацій, електроніки та економіки в галузі зв'язку. – Одеса, 2002. – №1. – С.65–71.
8. Судаков Р.С., Северцев Н.А., Титулов В.Н., Чесноков Ю.Н. Статистические задачи отработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности. – М.: Высшая школа, 1975.